

3-D 有限元转子系统动力减缩的 部件模态综合方法及应用

左彦飞, 王建军

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 为了对 3-D 有限元转子模型进行动力学减缩, 提出基于部件模态综合的旋转子结构方法. 该方法利用实模态振型矩阵减缩子结构自由度, 不同转速下的减缩陀螺矩阵由转速系数乘以单位转速的减缩陀螺矩阵得到. 与复模态减缩相比, 避免了重复求解变换矩阵的缺点, 减缩精度优于基于 Guyan 减缩的旋转子结构法. 利用该方法减缩了某航空发动机转子模型 87% 的自由度数. 经比较, 由 Campbell 图所得临界转速的最大误差为 0.04%, 稳态不平衡响应计算结果与原模型也几乎完全相同, 使用的内存和计算时间均不到原模型的 20%, 验证结果证明该方法可行.

关 键 词: 模态综合方法; 陀螺效应; 3-D 有限元; 模型减缩; 转子动力学

中图分类号: V231.96

文献标志码: A

Component mode synthesis for dynamic reduction of 3-D finite element rotor system and its application

ZUO Yan-fei, WANG Jian-jun

(School of Energy and Power Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Rotating substructure method based on component mode synthesis was proposed to reduce 3-D finite element rotor model. Planar (undamped) mode matrix was used to truncate the degrees of freedom of the substructure and the reduced gyroscopic matrix was got by multiplying a speed coefficient to the unit reduced ones. Compared with complex (damped) mode reduction method, it's no need to recalculate the truncation matrix, and it's more accurate than Guyan reduction method. 87% degrees of freedom of an aero-engine rotor model was reduced. The maximum critical speed error got from Campbell diagram is 0.04%. Unbalance response calculated by the reduced model is almost the same as the original's, and less than 20% RAM (random access memory) and computation time is used. All the results show that the proposed method is valid.

Key words: component mode synthesis; gyroscopic effect; 3-D finite element; model reduction; rotor dynamics

航空发动机转子系统结构复杂, 用传递矩阵法或梁单元模型很难精确模拟其实际动力特性. 3-D 有限元模型能精确描述转子系统的几何结构, 可以自动考虑盘轴耦合的影响, 易于考虑离心力及陀螺效应的影响, 在转子动力学研究领域, 尤

其是航空发动机转子系统的动力特性分析中应用越来越多^[1-7].

3-D 有限元模型的缺点是模拟实际结构需要的自由度和单元数量大. 因而基于 3-D 有限元模型的转子动力特性分析常常需要消耗巨大的计

算资源,耗费大量的计算时间.因此,在保证计算结果准确的同时,如何减小模型的自由度,是转子模型减缩需要研究的重要内容.

实际上,如果分析的重点只在转子的整体动力特性或某些特殊位置,同时需要保留轴承或其他部位的局部阻尼,局部非线性时,转子上阻尼较小且不是重点研究的部位就可以进行减缩.而转子系统与一般结构最重要的差别在于需要考虑影响转子固有特性的陀螺效应,并且陀螺效应随转速的变化而改变,这为转子系统的减缩带来了很大的困难.

目前,转子系统的减缩是在 Guyan 减缩或模态减缩的基础上发展改进的.1965年,Guyan^[8]提出了结构静力减缩的方法,该方法中静力减缩是精确的,但根据不同的主自由度选择方案,动力特性误差可能较大.1989年,O'Callahan^[9]在 Guyan 静力减缩的基础上添加了质量变换修正项,在一定程度上改善了 Guyan 减缩模型的动态特性.上述工作都不考虑陀螺效应,2014年,左彦飞等^[10]提出基于 Guyan 减缩的旋转子结构法,提出了考虑随转速变化的陀螺效应的方法,对 3-D 有限元转子模型进行减缩,并给出了主自由度的一般性选择方法^[11].从文献的验证结果看,旋转子结构法虽然提高了计算效率,但对主自由度的选择要求较高,动力特性的计算误差较大.这也是静力减缩在动力特性分析中应用较少的原因.

相对于静力减缩,模态减缩的精度较高.1989年 O'Callahan 等提出了系统等效减缩扩展法(SEREP),通过主自由度的无阻尼模态矩阵变换系统总体矩阵,减缩系统自由度^[12],但没有考虑陀螺效应.在此基础上,Das 等给出了考虑阻尼矩阵后修正的 SEREP,并用简单梁模型进行了验证^[13].考虑系统的陀螺效应后,陀螺矩阵形式上是一般转子动力学方程中的阻尼项.因此,目前考虑陀螺效应的模态减缩方法,大多是在状态空间中进行复模态求解.1997年,Khulief 等给出了实模态(无阻尼)和复模态(有阻尼)减缩梁单元转子模型的方法,并对减缩模型进行了验证^[14].2008年曾亮等提出了阻尼陀螺系统动力响应复模态分析方法^[15].2010年,Stringer 等用复模态减缩方法对齿轮-转子系统进行减缩,并对减缩系统的响应进行了计算验证^[16].对于转速不变的系统,利用复模态减缩方法可以得到精度较高的减缩模型,但对于转速变化的转子系统,由于陀螺效应受转速影响,减缩变换矩阵中又包含陀螺矩阵的影

响^[17],因此,对不同的转速需要重复计算生成不同的减缩变换矩阵,增加了计算量,降低了效率.

本文提出了考虑陀螺效应的模态综合方法,该方法基于实模态减缩理论,得到旋转子结构超单元.利用实体单元转子模型陀螺矩阵的特殊性,通过修改减缩陀螺矩阵的转速系数得到不同转速下的减缩陀螺矩阵,进而避免重复计算减缩变换矩阵,提高了减缩模型的计算效率,易于程序实现.本文给出了典型转子系统的减缩精度和效率验证.

1 考虑陀螺效应的模态综合方法

1.1 实体单元转子模型的陀螺矩阵

在转子动力学中,假设在小不平衡量及小变形条件下,同时保证转子系统模型是轴对称结构,在转子转速稳定时,转子动力学微分方程形式为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + (\mathbf{C} + \mathbf{G})\dot{\mathbf{u}} + (\mathbf{K} + \mathbf{B})\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$ 分别为系统的综合质量矩阵、综合阻尼矩阵和综合刚度矩阵; $\mathbf{u}$ 为系统位移向量; $\mathbf{f}$ 为外激励向量; $\mathbf{G}$ 是受转速影响的反对称的陀螺矩阵; $\mathbf{B}$ 为旋转阻尼矩阵,也是受转速影响的反对称矩阵.

为不失一般性,假设在静止笛卡儿坐标系中,转子绕 x 轴旋转,则实体单元 l 的陀螺效应产生的动能为

$$E_{\text{kg}l} = -\omega_x \int_{V_l} x(\dot{\theta}_y y + \dot{\theta}_z z) dm \quad (2)$$

式中 $E_{\text{kg}l}$ 表示单元 l 陀螺效应所对应的动能; ω_x 为绕 x 轴转动的转速; V_l 为单元 l 的体积; (x, y, z) 表示单元内任意点的位置坐标; $\dot{\theta}_y, \dot{\theta}_z$ 分别表示单元内任意点绕 y 轴和 z 轴的转动角速度; dm 为单元内坐标为 (x, y, z) 处的质量微元.

陀螺矩阵由式(2)结合具体实体单元的形函数得到.不过对于任意实体单元类型,得到的陀螺矩阵都可表示为

$$\mathbf{G} = \omega_x \mathbf{G}' \quad (3)$$

式中 $\mathbf{G}'$ 为单位转速(1 rad/s)下的陀螺矩阵.

1.2 旋转子结构的模态综合方法

实际的转子系统中,转子的结构阻尼很小,通常在转子动力特性分析中不予考虑.对系统起主要影响作用的阻尼一般集中体现在轴承的油膜阻尼或支承的局部阻尼上.通过合理选择旋转子结构,这些存在局部阻尼的部位可与原模型保持一致.因此,由式(1)、式(3)得到忽略阻尼影响的旋转子结构运动方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \omega\mathbf{G}'\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}_s + \mathbf{r} \quad (4)$$

式中 $\mathbf{f}_s$ 为作用在子结构上的外激励向量, $\mathbf{r}$ 为界面力向量, 在子结构组集后自动抵消。

由固定界面模态综合方法, 选择分支模态集

$$\Phi = [\Phi_k \quad \Psi_j] = \begin{bmatrix} \Phi_{ik} & \Psi_{ij} \\ \mathbf{0}_{jk} & \mathbf{I}_{jj} \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中 Φ_k 为保留的主模态, Ψ_j 为约束模态, $\mathbf{I}_{jj}$ 为单位矩阵。下标 i 表示子结构内部自由度, j 表示子结构的界面自由度, k 表示保留主模态的数量, Φ_{ik} 由子结构固定界面后的无阻尼特征方程求得, 即

$$(\mathbf{K} - \lambda\mathbf{M})\Phi = \mathbf{0} \quad (6)$$

Ψ_{ij} 是一组包括刚体模态在内的约束模态, 由下式求得

$$\Psi_{ij} = -\mathbf{K}_{ii}^{-1}\mathbf{K}_{ij} \quad (7)$$

对子结构内的自由度做坐标变换

$$\mathbf{u} = \Phi\mathbf{p} \quad (8)$$

即

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_i \\ \mathbf{u}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{ik} & \Psi_{ij} \\ \mathbf{0}_{jk} & \mathbf{I}_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_k \\ \mathbf{p}_j \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中 $\mathbf{p}$ 表示变换后的广义模态坐标, 其中 $\mathbf{p}_k$ 表示 k 个主模态坐标, $\mathbf{p}_j$ 表示 j 个约束模态坐标, 其中, $k \ll i$ 达到减缩自由度的目的。将式(8)代入式(4)左乘 Φ^T 得

$$\Phi^T\mathbf{M}\Phi\ddot{\mathbf{p}} + \omega\Phi^T\mathbf{G}'\Phi\dot{\mathbf{p}} + \Phi^T\mathbf{K}\Phi\mathbf{p} = \Phi^T\mathbf{f}_s \quad (10)$$

得到在模态坐标下, 子结构的质量阵、刚度阵和载荷向量分别为

$$\bar{\mathbf{M}} = \Phi^T\mathbf{M}\Phi = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{M}}_{kk} & \bar{\mathbf{M}}_{kj} \\ \bar{\mathbf{M}}_{jk} & \bar{\mathbf{M}}_{jj} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\bar{\mathbf{K}} = \Phi^T\mathbf{K}\Phi = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}}_{kk} & \bar{\mathbf{K}}_{kj} \\ \bar{\mathbf{K}}_{jk} & \bar{\mathbf{K}}_{jj} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\bar{\mathbf{F}} = \Phi^T\mathbf{f}_s \quad (13)$$

式中

$$\bar{\mathbf{M}}_{kk} = \mathbf{I}_{kk} \quad (14)$$

$$\bar{\mathbf{M}}_{kj} = \bar{\mathbf{M}}_{jk}^T = \Phi_{ki}\mathbf{M}_{ii}\Psi_{ij} + \Phi_{ki}\mathbf{M}_{ij} \quad (15)$$

$$\bar{\mathbf{M}}_{jj} = \Psi_{ji}(\mathbf{M}_{ii}\Psi_{ij} + \mathbf{M}_{ij}) + \mathbf{M}_{ji}\Psi_{ij} + \mathbf{M}_{jj} \quad (16)$$

$$\bar{\mathbf{K}}_{kk} = \Lambda_{kk} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_k \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\bar{\mathbf{K}}_{ij} = \bar{\mathbf{K}}_{ji}^T = \mathbf{0} \quad (18)$$

$$\bar{\mathbf{K}}_{jj} = \mathbf{K}_{jj} - \mathbf{K}_{ji}\mathbf{K}_{ii}^{-1}\mathbf{K}_{ij} \quad (19)$$

类似地, 对于陀螺矩阵有

$$\bar{\mathbf{G}} = \omega\bar{\mathbf{G}}' = \omega\Phi^T\mathbf{G}'\Phi = \omega \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{G}}'_{kk} & \bar{\mathbf{G}}'_{kj} \\ \bar{\mathbf{G}}'_{jk} & \bar{\mathbf{G}}'_{jj} \end{bmatrix} \quad (20)$$

式中

$$\bar{\mathbf{G}}'_{kk} = \Phi_{ik}^T\mathbf{G}'_{ii}\Phi_{ik} \quad (21)$$

$$\bar{\mathbf{G}}'_{kj} = \bar{\mathbf{G}}'_{jk}^T = \Phi_{ki}\mathbf{G}'_{ii}\Psi_{ij} + \Phi_{ki}\mathbf{G}'_{ij} \quad (22)$$

$$\bar{\mathbf{G}}'_{jj} = \Psi_{ji}(\mathbf{G}'_{ii}\Psi_{ij} + \mathbf{G}'_{ij}) + \mathbf{G}'_{ji}\Psi_{ij} + \mathbf{G}'_{jj} \quad (23)$$

由于 Φ_{ik} , Ψ_{ij} 的形成与陀螺效应无关, 单位转速减缩陀螺矩阵 $\bar{\mathbf{G}}'$ 的形成与陀螺效应无关, 由式(20)可知不同转速 ω 对应的减缩陀螺矩阵 $\bar{\mathbf{G}}$ 可直接由单位转速减缩陀螺矩阵 $\bar{\mathbf{G}}'$ 乘以转速 ω 得到。这样避免了复模态减缩中需要重复计算减缩矩阵的缺点, 而方便地得到不同转速下的减缩矩阵。

在一个转子系统中, 可以有一个或多个子结构。减缩后的子结构通过界面协调条件形成转子系统的动力学方程。

减缩后系统的总自由度

$$N = \sum k + \sum j + \sum s \quad (24)$$

式中 $\sum k$ 为各个子结构保留的主模态数量之和, $\sum j$ 为界面自由度之和, $\sum s$ 为未参与减缩的模型自由度之和。

1.3 转子系统动力减缩的部件模态综合方法的程序实现

转子系统动力减缩的部件模态综合方法适用于一般转子系统的局部阻尼问题。ANSYS 软件中, 由固定坐标系下可以考虑陀螺效应的单元组成的子结构, 生成单位转速 (1 rad/s) 下的减缩质量、刚度、陀螺矩阵, 形成超单元, 由界面协调条件, 与转子的其他部分连接。式(20)可知, 当计算不同转速下的模态或响应特性时, 只需用相应的转速值 ω 乘以超单元中的单位转速减缩陀螺矩阵 $\bar{\mathbf{G}}'$ 得到新的有限元模型, 进行相关计算分析。

2 典型减缩转子模型实例

2.1 典型减缩转子模型

采用的验证模型为某型航空发动机高压转子模型。转子模型如图 1 所示。该发动机高压转子所有的叶片简化为与原叶片组质量、转动惯量都相同的等效质量环。减缩后的模型如图 2 所示。旋转子结构保留 80 阶主模态, 频率覆盖转子工作转速的 4 倍。

减缩前后转子模型规模比较见表 1, 利用模态综合方法减缩后, 转子模型的自由度数减小了 85% 以上。

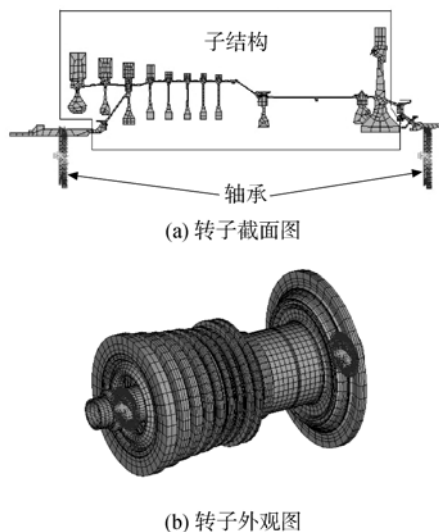


图 1 验证用的转子原模型
Fig. 1 Original rotor model for verification

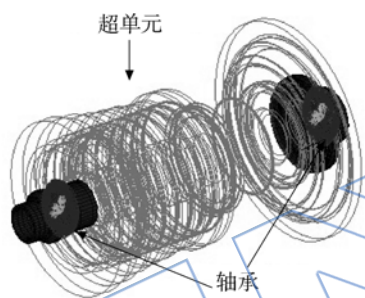


图 2 具有旋转子结构的减缩转子模型
Fig. 2 Reduction model of rotor with rotating substructure

表 1 减缩前后模型规模比较

Table 1 Order contrast of the models before/after reduction

验证转子	单元数	节点数	自由度数
原模型	32 144	50 280	150 840
减缩模型	4 023	6 595	19 871
减缩量/%	87.48	86.88	86.83

2.2 基于减缩转子模型的临界转速计算

由于转速对转子动力特性的影响,需要验证不同转速下减缩转子模型的计算精度^[17].而计算临界转速的 Campbell 图能体现转速对固有特性的影响,因此,首先对临界转速的计算精度进行验证.图 3 是原模型和减缩模型计算临界转速的 Campbell 图.可以看出,两种模型给出的转子固有频率与转速关系曲线几乎完全重合,由 Campbell 图得到的转子临界转速见表 2.用减缩模型计算的临界转速值与原模型相比,最大误差为

0.04%,完全满足减缩精度要求.

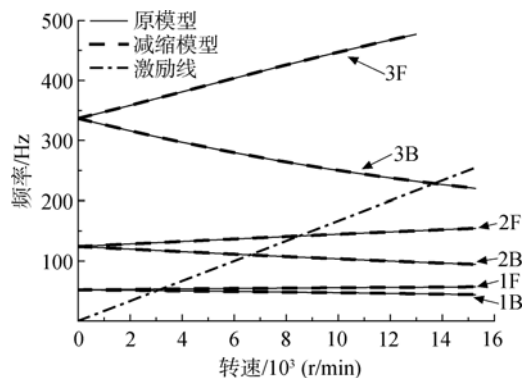


图 3 两种模型计算的 Campbell 图
Fig. 3 Campbell diagram of the two models

表 2 两种模型计算的临界转速比较

Table 2 Critical speed contrast of the two models

阶次	临界转速/(r/min)		误差/%
	原模型	减缩模型	
1 阶反进动(1B)	3 037	3 037	0
1 阶正进动(1F)	3 191	3 191	0
2 阶反进动(2B)	6 610	6 611	0.02
2 阶正进动(2F)	8 507	8 508	0.01
3 阶反进动(3B)	13 688	13 694	0.04

2.3 基于减缩转子模型的稳态不平衡响应计算

在转子第 3 级盘施加 $10 \text{ g} \cdot \text{cm}$ 不平衡量,分 250 步计算转子工作转速 ($600 \sim 15\,600 \text{ r/min}$) 范围内转子的稳态不平衡响应.两种模型分别计算得到的转子前轴承位置响应如图 4 所示,后轴承位置响应如图 5 所示.可以看出,计算所得响应曲线几乎完全重合,进一步验证了减缩模型计算的准确性.由稳态不平衡响应计算所得 2 阶临界转速为 $3\,180, 8\,520 \text{ r/min}$ 分别对应表 2 中的 1 阶正进动临界转速 ($3\,191 \text{ r/min}$) 和 2 阶正进动临界转速 ($8\,507 \text{ r/min}$).

2.4 减缩转子模型计算效率

计算使用的计算机型号: 联想启天 M4300. CPU 型号: 酷睿 i3-2100, 主频为 3.1 GHz , 双核. 最大内存为 4 G , WIN7-64 位操作系统, ANSYS15.0 求解器, 采用双核并行计算.

计算 Campbell 图时使用的内存及时间比较见图 6. 减缩模型使用的内存不到原模型的 20%, 每求解 10 步不同转速下振动特性的计算时间是原模型的 18.4%.

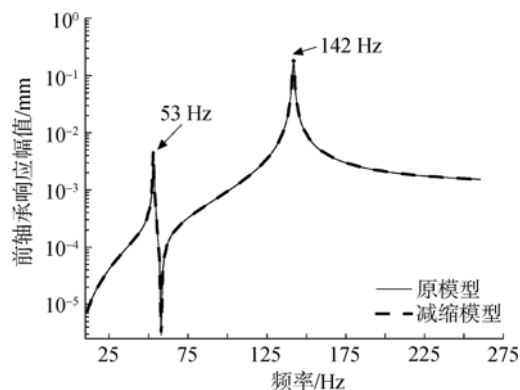


图 4 两种模型前轴承位置稳态不平衡响应比较

Fig. 4 Unbalance response of the front bearing between two models

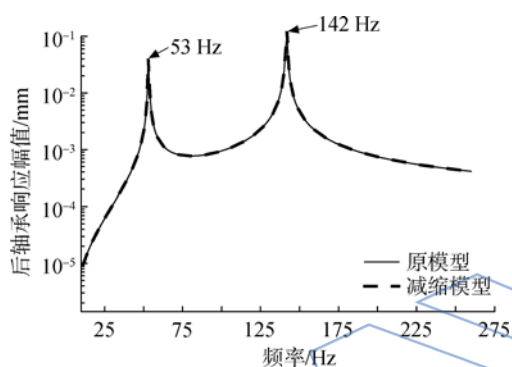


图 5 两种模型后轴承位置稳态不平衡响应比较

Fig. 5 Unbalance response of the back bearing between two models

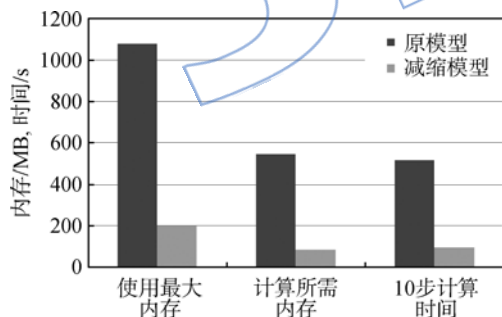


图 6 计算 Campbell 图时使用内存及时间比较

Fig. 6 RAM and computation time used for Campbell diagram

图 7 所示为求解稳态不平衡响应时使用的内存和计算时间比较. 由于原模型直接求解需要的内存较大, 计算机必须使用硬盘配合计算, 计算速度更慢. 减缩模型计算 10 步不同转速下的响应所需时间仅为原模型的 4.4%. 与文献[12]相比, 本文的方法不仅计算精度有所提高, 计算效率也有提高.

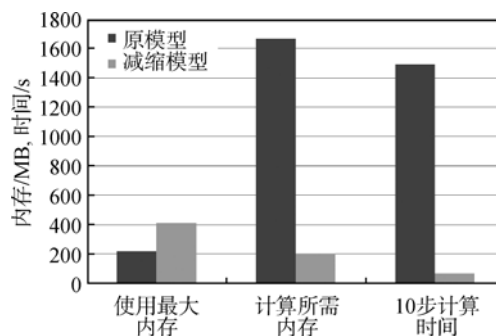


图 7 计算不平衡响应使用内存及时间比较

Fig. 7 RAM and computation time used for unbalance response

3 小 结

针对 3-D 有限元转子模型减缩问题, 基于 Guyan 减缩的旋转子结构法精度较差, 基于复模态理论的减缩方法效率较低, 本文提出基于模态综合方法的旋转子结构减缩方法, 并利用 ANSYS 程序将其实现. 经验证, 本文所提的减缩方法计算精度高, 计算效率有了大幅提升, 易于实际使用.

该方法可以应用于实际的大型 3-D 有限元转子模型, 同一个转子可以使用多个子结构, 也适用于具有不同转速的双转子或多转子系统. 该方法不能考虑子结构的阻尼, 只适用于阻尼较小的转子结构减缩, 对于存在局部阻尼的部分, 可通过合理选择子结构予以保留.

参考文献:

- [1] Dascotte E, Schönrock A. Validation and updating of an aeroengine finite element model based on static stiffness testing[C]// Proceedings of 2nd MSC Aerospace Conference, Long Beach, CA, USA; MSC, 1999; 7-11.
- [2] Rao J S, Sreenivas R. Dynamics of a three level rotor system using solid elements [R]. ASME Paper GT2003-38783, 2003.
- [3] Sinha S, Dorbala S. Dynamic loads in the fan containment structure of a turbofan engine[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2009, 22(3): 260-269.
- [4] MA Weimeng, WANG Jianjun. 3D solid finite element modeling and rotordynamics of large rotating machines; application to an industrial turbo engine[C]// Advanced Materials Research. Guangzhou: Trans Tech Publications, 2012: 1879-1885.
- [5] 陈萌, 洪杰, 朱彬, 等. 基于实体单元的转子动力学特性计算方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(1): 10-13.
CHEN Meng, HONG Jie, ZHU Bin, et al. Rotor dynamic analysis based on solid element[J]. Journal of Beijing Uni-

- versity of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(1): 10-13. (in Chinese)
- [6] Chaudhry J A. 3-D finite element analysis of rotors in gas turbines, steam turbines and axial pumps including blade vibrations[D]. Virginia; University of Virginia, 2011.
- [7] Nandi A, Neogy S. Modelling of rotors with three-dimensional solid finite elements[J]. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 2001, 36(4): 359-371.
- [8] Guyan R J. Reduction of stiffness and mass matrices[J]. AIAA Journal, 1965, 3(2): 380.
- [9] O'Callahan J C. A procedure for an improved reduced system (IRS) model[C]//Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference. Schenectady, NY: Union College Press, 1989: 17-21.
- [10] 左彦飞, 王建军, 马威猛. 3-D有限元转子模型减缩的旋转子结构法[J]. 航空动力学报, 2014, 29(4): 894-900.
- ZUO Yanfei, WANG Jianjun, MA Weimeng. Rotating substructure method for 3-D finite element rotor model reduction[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(4): 894-900. (in Chinese)
- [11] ZUO Yanfei, WANG Jianjun, MA Weimeng, et al. Method for selecting master degrees of freedom for rotating substructure[R]. ASME Paper GT2014-25716, 2014.
- [12] O'Callahan J C, Avitabile P, Riemer R. System equivalent reduction expansion process (SEREP)[C]//Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference. Schenectady, NY: Union College Press, 1989: 29-37.
- [13] Das A S, Dutt J K. Reduced model of a rotor-shaft system using modified SEREP[J]. Mechanics Research Communications, 2008, 35(6): 398-407.
- [14] Khulief Y A, Mohiuddin M A. On the dynamic analysis of rotors using modal reduction[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 1997, 26(1): 41-45.
- [15] 曾亮, 李琳. 阻尼陀螺系统动力响应的有限元复模态分析方法[J]. 航空动力学报, 2008, 23(10): 1847-1853.
- ZENG Liang, LI Lin. Dynamic response of damped gyroscopic system with complex modal method[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(10): 1847-1853. (in Chinese)
- [16] Stringer D B, Sheth P N, Allaire P E. Modal reduction of geared rotor systems with general damping and gyroscopic effects[J]. Journal of Vibration and Control, 2010, 17(7): 975-987.
- [17] Wagner M B, Younan A, Allaire P, et al. Model reduction methods for rotor dynamic analysis: a survey and review[J]. International Journal of Rotating Machinery, 2010 (1): 1-17.

(编辑: 陈 越)